

УДК 336.012.23

Ю.М. Барташевська, А.О. Яворський

ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ: ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ

У статті розглядаються теоретичні та практичні аспекти застосування фрактального аналізу як одного з основних методів аналізу фінансових ринків у періоди інтенсивних коливань ринку. Розглянуто можливості застосування фрактального аналізу, основні методи дослідження та алгоритм R/S-аналізу. Розраховано показник Херста для досліджуваних підприємств та зроблено висновки про ризикованість їхніх активів.

Ключові слова: фрактальний аналіз, R/S-аналіз, фінансові ринки, показник Херста, персистентність.

Вступ. За останні десятиліття кризові явища в економіці, зокрема на фінансовому ринку, виникають все частіше. Найбільший обвал ринку було зафіксовано у 1987 р., коли індекс Доу-Джонса за один день впав на 29,2%. За класичною фінансовою теорією це було неможливим і не повинно було повторитися. Однак кризи 1992, 1995, 1998, 2008 рр. переконали фінансових аналітиків у тому, що існуючі методи аналізу фінансових активів є неефективними і потрібен новий потужний інструмент. Таким інструментом став фрактальний аналіз, який все частіше використовують як західні, так і вітчизняні аналітики фінансових ринків, аналітики ринку Forex. Популярність цього методу зумовлює його ефективність у періоди нестабільного ринку, які виникають все частіше. Оскільки добре відомі класичні методи аналізу фінансових ринків виявилися незастосовні у періоди інтенсивних коливань ринку і ринкових колапсів, то альтернативою класичній теорії аналізу фінансових ринків стає фрактальна теорія [3].

Основоположником фрактальної теорії є Б. Мандельброт. Досліджуючи економіку, він виявив, що зовні довільні коливання ціни можуть слідувати прихованому математичному порядку в часі, що не описується стандартними гаусівськими кривими. Мандельброт простежив симетрію як тривалих, так і короточасних коливань ціни, і показав, що за допомогою фрактальної теорії можна створювати правдоподібні цінові діаграми котирувань акцій або фондових індексів, оцінювати ризики вкладення в різні акції [1].

Застосування методів фрактальної теорії і фрактального аналізу до аналізу фінансових показників висвітлювалося в працях багатьох закордонних та вітчизняних вчених, зокрема А.А. Алмазова [1], А.А. Гачкова [2], А.В. Зіненка [3], В.І. Курдюкова [4], Б. Мандельброта [5], Е. Наймана [6], Е.Е. Петерса [7] та ін.

Серед багатьох методів фрактального аналізу фінансових ринків найбільший інтерес викликає R/S-аналіз (метод Херста), що може бути застосований для вивчення часових рядів в економіці і на ринках капіталу і дозволяє з'ясувати, чи є ці ряди випадковими блуканнями. У рамках методу роз-

раховується показник Херста, за величиною якого можна зробити висновок про персистентність (трендовість) або випадковий характер часового ряду.

Отже, вивчення і застосування методів аналізу фінансових ринків і оцінка ризику вкладень у фінансові активи є актуальною проблемою, що потребує дослідження.

Постановка завдання. Метою статті є дослідження теоретичних і практичних аспектів використання фрактального аналізу для аналізу фінансових ринків.

Результати. Дослідження динаміки фінансових ринків є важливою частиною теорії фінансових інвестицій. Методи класичного аналізу фінансових ринків, які добре зарекомендували себе, ефективні тільки в періоди стабільного ринкового стану і неефективні в періоди інтенсивних коливань ринку і ринкових колапсів. Ці методи є основою багатьох методів сучасного інвестиційного аналізу і базуються на припущенні, що динаміка фінансових ринків підкоряється закону нормального або гаусівського розподілу. До таких методів можна віднести: метод формування оптимального інвестиційного портфеля Г. Марковіца, модель У. Шарпа CAPM, модель ціноутворення опціонів Блека – Шоулза та ін. [3].

Однак в умовах кризових явищ в економіці більш доцільно використовувати фрактальний підхід до аналізу фінансових ринків, запропонований Б. Мандельбротом. Досліджуючи економіку, Мандельброт виявив, що зовні довільні коливання ціни можуть слідувати прихованому математичному порядку в часі, який не описується стандартними кривими. Він простежив симетрію як тривалих, так і короткочасних коливань ціни, і показав, що за допомогою фрактальної теорії можна створювати дуже правдоподібні цінові діаграми котирувань акцій або фондових індексів, а за допомогою фрактальної розмірності оцінювати ризику вкладення в ті або інші акції [3].

Фрактальна розмірність – одне з базових понять фрактальної теорії, показує міру структурності об'єкта, його самоподобу. Фрактальні розмірності чітко визначені для класичних фракталів (сніжинка Коха, трикутник Серпинського). Для інших об'єктів використовується ряд методів, основними серед яких є: покриття об'єкта заздалегідь певними геометричними метриками; визначення фрактальної розмірності за допомогою функції спектра потужності та емпіричного показника Херста або R/S-аналіз [4].

У рамках фрактальної теорії Мандельбротом було розроблено п'ять «правил» поведінки на ринку, що мають на меті зменшити фінансову вразливість фінансового гравця [5, с. 52]:

1) ринки ризиковані. Нормою фінансового ринку є великі коливання цін, які можна спробувати передбачити за допомогою методів комп'ютерного моделювання;

2) ринкові збурювання відбуваються групами;

3) ринки мають індивідуальність, тобто ціни визначаються не тільки екзогенною дією зовнішніх подій, а і внутрішніми ендегенними ефектами;

4) ринки вводять в оману відомими схемами, які насправді виявляються «фінансовими міражами»;

5) ринковий час відносний, він вповільнюється в періоди стабільності ринку та прискорюється в моменти нестійкості.

Мандельброт вважав, що «...фінансові ринки – ризиковане місце. Прибуток і ризик становлять пропорцію, але стандартна арифметика до неї не застосовна. Знаменник, тобто ризик, більший, ніж звичайно прийнято вважати, тому результатом відношення обов’язково стануть зраджені надії» [5, с. 35].

Для того, аби точніше оцінювати ризики, властиві певному активу, необхідно використовувати більш точні і адекватні алгоритми обчислення фрактальної розмірності. З цією метою в сучасній практиці фрактального аналізу фінансових ринків найчастіше використовують алгоритм R/S-аналізу, уперше розроблений англійським гідрологом Г. Херстом [2, с. 40].

R/S-аналіз – метод аналізу, розроблений Херстом і використаний Мандельбротом для аналізу фінансових ринків. Він показує, що фінансовий ринок має тривалу пам’ять на довгострокових інвестиційних горизонтах, у такий спосіб минула поведінка ціни буде впливати на її майбутнє значення [1, с. 38].

Розглянемо алгоритм R/S-аналізу [7, с. 69; 3], що складається з таких етапів.

1. Оберемо часовий ряд, що складається з M елементів, і перетворимо його в ряд довжини $N=M-1$ за допомогою логарифмічних співвідношень:

$$N_i = \log\left(\frac{M_{i+1}}{M_i}\right), i = 1, \dots, M - 1. \quad (1)$$

2. Розділимо отриманий часовий ряд на A суміжних інтервалів довжини n , при цьому $A \cdot n = N$. Позначимо кожний інтервал I_a ($a = 1, 2, \dots, A$). Кожний елемент в інтервалі I_a позначимо N_k , де $k = 1, 2, \dots, n$ і $n \geq 10$. Визначимо для кожного інтервалу I_a середнє значення e_a за формулою (2):

$$e_a = \frac{\sum_{k=1}^n N_{k,a}}{n}, \quad (2)$$

3. Визначимо накопичені відхилення від середнього значення ($X_{k,a}$) для кожного I_a :

$$X_{k,a} = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - e_a), k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

4. Нормований розмах за кожним інтервалом I_a визначимо за формулою (4):

$$R_{l,a} = \max(X_{k,a}) - \min(X_{k,a}), \text{ де } l \leq k \leq n. \quad (4)$$

5. За кожним інтервалом I_a визначимо вибіркове стандартне відхилення (5):

$$S_{l,a} = \sqrt{\left(\frac{l}{n}\right) \cdot \sum_{i=1}^k (N_{k,a} - e_a^2)}. \quad (5)$$

6. Показник R/S за кожною групою розраховуємо як $R_{l,a}/S_{l,a}$. Після чого знаходимо середній розмах варіації:

$$(R/S)_n = \frac{\sum_{a=1}^A (R_l / S_{l,a})}{A}. \quad (6)$$

7. Довжина n збільшується до наступного, більш високого значення. Повторюємо етапи 1–6 доти, поки n не буде дорівнювати $(M-1)/2$.

Розрахуємо показник Херста (7):

$$(R / S_n) = c \times n^H, \quad (7)$$

де c – константа. За емпіричними розрахунками Херста $c = 0,5$;

- нижній індекс n для $(R/S)_n$ відноситься до значення R/S для x_1, \dots, x_n ;
- H – показник Херста.

Значення R/S , отримане з (7), називається нормованим розмахом, тому що має нульове середнє значення. Розмах варіації R/S змінює свій масштаб залежно від числа спостережень за степеневу залежністю, що дорівнює H . Зміна масштабу за степеневим законом – це ознака самоподоби, а отже, – фрактальності часового ряду.

Побудуємо рівняння лінійної регресії, у якому залежною змінною виступає логарифм показника $(R/S)_n$, а незалежною – $\log(n)$:

$$\log(R / S_n) = \log(c) + H \cdot \log(n). \quad (8)$$

Відрізок, що відтинається на координатній осі, є оцінкою $\log(c)$, константою. Нахил рівняння є оцінкою показника Херста H .

За значенням показника Херста H можна зробити висновок про випадковість або персистентність розглянутих даних. Розглянемо характеристику фінансового ринку залежно від різних значень показника Херста (табл. 1) [3; 7, с. 69; 6].

Таблиця 1

Характеристика фінансового ринку при різних значеннях показника Херста

Значення показника Херста, H	Характеристика ринку
$H = 0$	Ринок «мертвий», ніяких рухів або вони циклічні з великою частотою коливань
$0 \leq H < 0,5$	Ряд антиперсистентний. Ринок нестійкий. Чим ближче H до нуля, тим більш нестійка динаміка цін
$H = 0,5$	Ряд випадковий, події некорельовані, вони вже використані і знецінені ринком
$0,5 < H \leq 1$	Персистентний (трендостійкий) ринок, майбутні значення залежать від минулих. Чим ближче H до 1, тим сильніше тренд.

За показником H також можна зробити висновки про ступінь ризикованості вкладення в той або інший актив [2, 6]:

1) при $H \rightarrow 1$ ціни на розглянутий актив поведуться більш передбачувано, тому ризики, пов'язані із цим активом, менші;

2) при $H \rightarrow 0$ поведінка цін більш непередбачувана і хаотична, тому вищі ризики, пов'язані з купівлею активу;

3) при $H = 0,5$ динаміка цін являє собою випадковий броунівський рух.

Розглянемо застосування R/S -аналізу для аналізу фінансового ринку України на прикладі АТ «Райффайзен Банк Аваль» та ПАТ МК «Азовсталь». Вхідними даними є біржовий курс акцій підприємств за період з 07.12.2010 по 20.12.2014 (табл. 2). Графічно вихідні дані наведено на рис. 1.

Таблиця 2

Котирування акцій АТ «Райффайзен Банк Аваль» та ПАТ МК «Азовсталь»*

Дата	Біржовий курс акцій АТ «Райффайзен Банк Аваль»	Біржовий курс акцій ПАТ МК «Азовсталь»
07.12.2010	0,40	2,70
08.12.2010	0,40	2,74
09.12.2010	0,40	2,83
10.12.2010	0,40	2,78
11.12.2010	0,40	2,79
12.12.2010	0,40	2,76
13.12.2010	0,40	2,78
14.12.2010	0,40	2,75
15.12.2010	0,39	2,78
16.12.2010	0,38	2,75
17.12.2010	0,38	2,73
18.12.2010	0,38	2,67
19.12.2010	0,38	2,69
20.12.2010	0,38	2,71
21.12.2010	0,38	2,72
22.12.2010	0,38	2,75
23.12.2010	0,38	2,75
24.12.2010	0,39	2,80
27.12.2010	0,40	2,80
28.12.2010	0,40	2,80
29.12.2010	0,39	2,85
30.12.2010	0,39	2,85
31.12.2010	0,40	2,86
05.01.2011	0,40	3,04
06.01.2011	0,41	3,30
...

*Складено на підставі даних Української фондової біржі [8].

Застосуємо до вихідних даних викладений вище алгоритм R/S-аналізу. Результати обчислень за (1–8) наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Результати R/S-аналізу акцій досліджуваних підприємств

Інтервал	АТ «Райффайзен Банк Аваль»		ПАТ МК «Азовсталь»	
	Log(R/S)	Log(n)	Log(R/S)	Log(n)
1	2,538	3,200	2,606	3,200
2	-0,151	0,447	-0,151	0,497
3	0,075	0,798	0,162	0,798
4	0,391	1,099	0,485	1,080
5	0,716	1,34	0,796	1,250
6	1,127	1,877	1,267	1,865
7	2,365	3,196	2,500	3,196

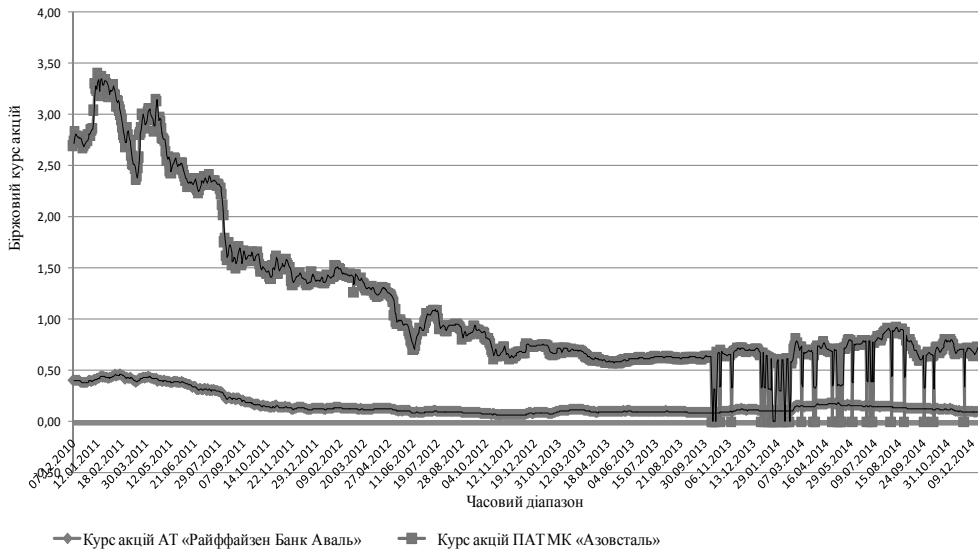


Рис. 1. Графічна інтерпретація біржового курсу акцій досліджуваних підприємств

Розв'язавши рівняння лінійної регресії згідно з (8), де вихідними даними виступають дані табл. 3, одержимо (рис. 2):

– показник Херста $H = 0,984$ для ПАТ МК «Азовсталь» та $H = 0,962$ для АТ «Райффайзен Банк Аваль»;

– коефіцієнт вірогідності R^2 близький до 1, що говорить про високу точність отриманих результатів.

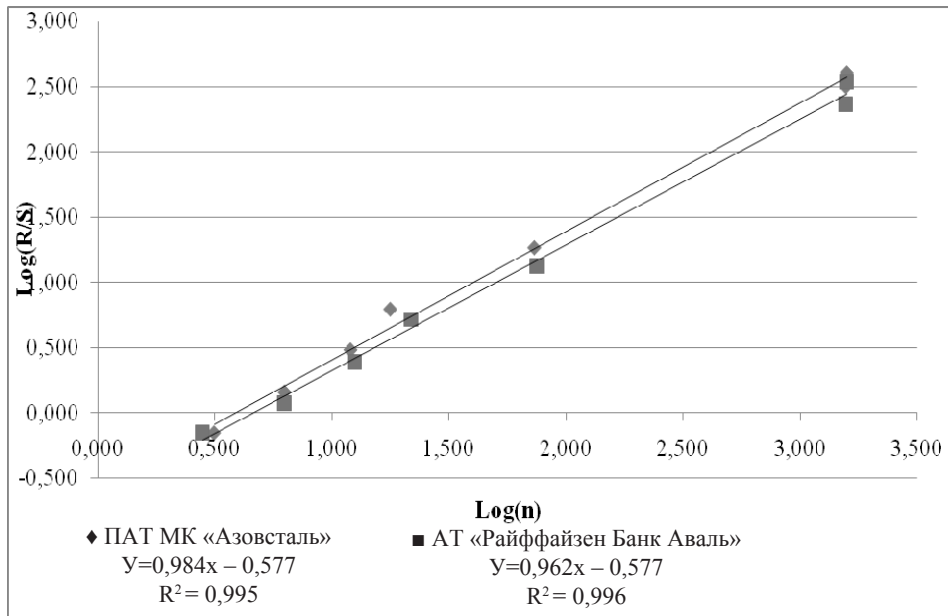


Рис. 2. Графічна інтерпретація результатів R/S-аналізу

Отримані результати аналізу (згідно з даними табл. 1) дозволяють зробити висновок про персистентність обох рядів даних, оскільки показники Херста в нашому випадку близькі до 1. Таким чином, майбутні значення курсу акцій підприємств залежать від минулих. Також за значенням показника Херста можна зробити висновок, що ціни на розглянуті активи поведуться передбачувано, що зменшує ризики, пов'язані з активами.

Висновки. Використаний нами метод R/S-аналізу фінансового ринку є одним з найбільш перспективних методів аналізу фінансових показників у період інтенсивних коливань ринку. Проведені нами розрахунки показника Херста для АТ «Райффайзен Банк Аваль» та ПАТ МК «Азовсталь» дозволили зробити висновок про персистентність представлених часових рядів. Також розрахунки дозволили зробити висновок про невисокий ступінь ризикованості акцій підприємств, оскільки ціни на активи за зазначений період поведуться передбачувано.

Також необхідно відзначити, що використаний нами метод, разом з методами мультифрактального аналізу, є досить перспективним і використовується для аналізу фінансових показників, у тому числі і ринку Forex.

Список використаних джерел

1. Алмазов А.А. Фрактальная теория. Как поменять взгляд на финансовые рынки [Электронный ресурс] / А.А. Алмазов. – Режим доступа: <http://www.forex-resource.ru/books.php>
2. Гачков А.А. Рандомизированный алгоритм R/S-анализа финансовых рядов / А.А. Гачков // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2009. – Вып. 5. – С. 40–64.
3. Зиненко А.В. R/S анализ на фондовом рынке / А.В. Зиненко // Бизнес-информатика. – 2012. – № 3 (21). – С. 24–30.
4. Курдюков В.И. Анализ методов определения фрактальной размерности / В.И. Курдюков, А.К. Остапчук, В.Е. Овсянников, В.Ю. Рогов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – 2008. – № 5. – С. 46–49.
5. Мандельброт Б. (He) послушные рынки: фрактальная революция в финансах / Б. Мандельброт, Р.Л. Хадсон. – М.: Вильямс, 2006. – 400 с.
6. Найман Э. Расчет показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических индикаторов / Э. Найман // Економіст. – 2009. – № 10. – С. 18–28.
7. Петерс Э.Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории Хаоса в инвестициях и экономике / Э.Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
8. Українська біржа [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ux.ua>

References

1. Almazov, A.A. *Fraktal'naja teorija. Kak pomenjat' vzgljad na finansovyje rynki*. Available at: <http://www.forex-resource.ru/books.php> (accessed 2 April 2015).

2. Gachkov, A.A. *Randomizirovannyj algoritm R/S-analiza finansovyh rjadov* [Randomized algorithm R/S-analysis of financial series]. *Stohasticheskaja optimizacija v informatike* [Stochastic optimization in informatics], 2009, no. 5, pp. 40-64.

3. Zinenko, A.V. *R/S analiz na fondovom rynke* [R/S analysis on the stock market]. *Biznes-informatika* [Business Informatics], 2012, no. 3 (21), pp. 24-30.

4. Kurdjukov, V.I., Ostapchuk, A.K., Ovsjannikov, V.E., Rogov, V.Ju. *Analiz metodov opredelenija fraktal'noj razmernosti* [Analysis methods for determining the fractal dimension]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta* [The bulletin of KuzSTU], 2008, no. 5, pp. 46-49.

5. Mandel'brot, B., Hadson, R.L. (2006) *(Ne) poslušnyje rynki: fraktal'naja revoljucija v finansah* [(Not) compliant Markets: fractal revolution in finance]. Moscow, Vil'jams Publ., 400 p.

6. Najman, Je. *Raschet pokazatelja Hersta s cel'ju vyjavlenija trendovosti (persistenosti) finansovyh rynkov i makroekonomičeskich indikatorov* [Hurst's indicator calculation to identify trended (persistence) of financial markets and macroeconomic indicators]. *Ekonomist* [Economist], 2009, no. 10, pp. 18-28.

7. Peters, Je.Je. (2004) *Fraktal'nyj analiz finansovyh rynkov: primenenie teorii Haosa v investicijah i jekonomike* [Fractal analysis of financial markets: the application of the theory of chaos in the investments and economy]. Moscow, Internet-trejding Publ., 304 p.

8. Ukrajins'ka birzha. Available at: <http://www.ux.ua> (accessed 2 April 2015).

В статье рассматриваются теоретические и практические аспекты применения фрактального анализа как одного из основных методов анализа финансовых рынков в периоды интенсивных колебаний рынка. Рассмотрены возможности применения фрактального анализа, основные методы исследования и алгоритм R/S-анализа. Рассчитан показатель Херста для исследуемых предприятий и сделаны выводы о рискованности их активов.

Ключевые слова: *фрактальный анализ, R/S-анализ, финансовые рынки, показатель Херста, персистенность.*

The article considers the theoretical and practical aspects of the fractal analysis as the one of the most promising contemporary methods of analysis in the period of the intensive market fluctuations. The opportunity using of fractal analysis and basic research methods, R/S-algorithm analysis have been considered. The Hurst's indicator has been calculated of the researched companies and conclusion of the risks has been made.

Key words: *fractal analysis, R/S-analysis, financial markets, Hurst's indicator, persistence.*

Одержано 28.01.2015.